

Posição, equações paramétricas e trajetória



Posição, equações paramétricas e trajetória

Relembrar

A posição de um corpo só pode ser conhecida a partir de um **referencial**.

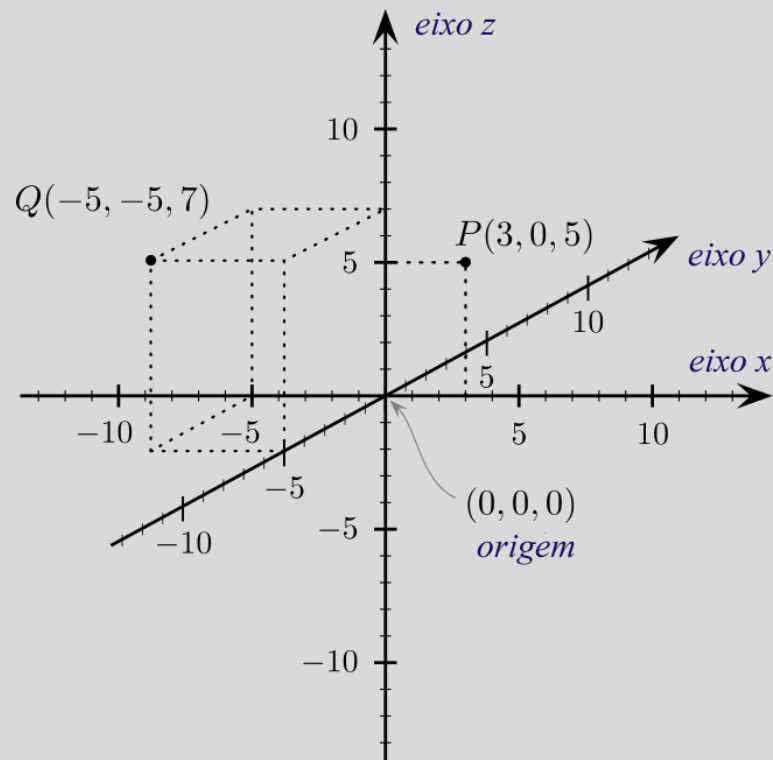
Referencial

O referencial é o sistema de coordenadas, que, para ser definido, necessita ter:

Origem – ponto a partir do qual se efetuam as medições;

Escala – necessária para medir as distâncias.

A **posição** de um corpo **é o conjunto das coordenadas** num determinado referencial.

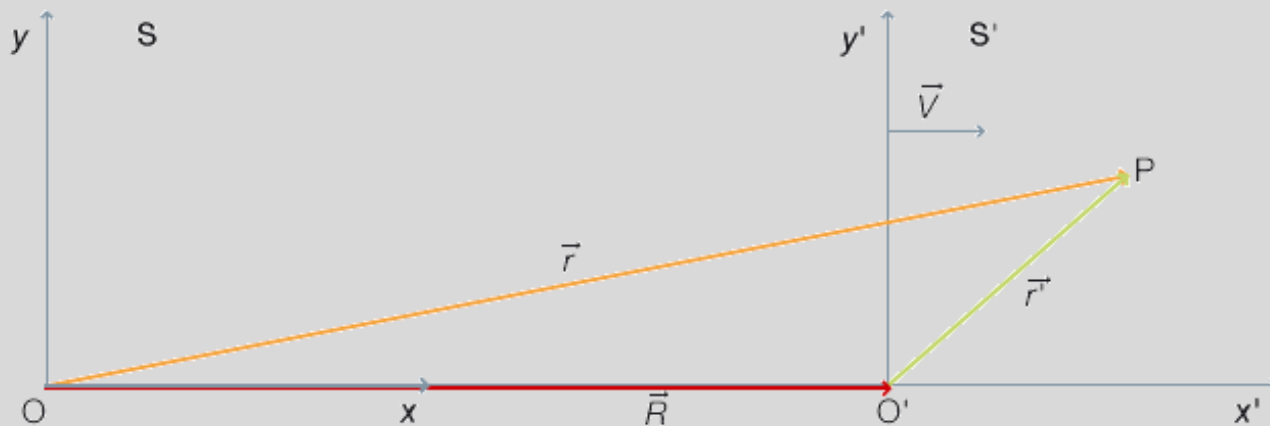


Posição, equações paramétricas e trajetória

Relembrar

A posição de um corpo num determinado instante fica definido por um **vetor posição**, \vec{r} .

Vetor: origem na origem do referencial \rightarrow posição do corpo



Um corpo pode ter, no mesmo instante, posições (coordenadas) diferentes em diferentes referenciais.

Posição, equações paramétricas e trajetória

Relembrar

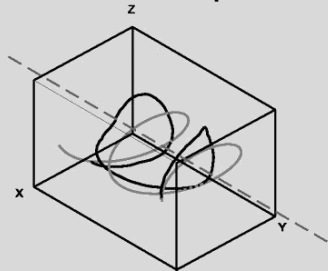
Coordenadas cartesianas

Inventadas por Descartes (1596-1650).

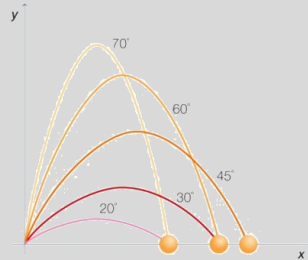
Funcionam para situações em que é **desprezível a curvatura da Terra**.

Usam eixos xx , yy e zz ortogonais (90° entre si) e ortonormados (mesma escala nos três eixos).

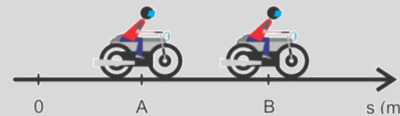
Podem ser simplificadas para apenas dois ou um eixo.



Tridimensional (3 eixos)



Bidimensional (2 eixos)



Unidimensional (1 eixo)



René Descartes (1596-1650).

Posição, equações paramétricas e trajetória

Relembrar

Trajétoria

É o conjunto de **todas as posições ocupadas** por corpo, relativamente a um determinado referencial, **ao longo do tempo**.



A trajetória pode ser **retilínea** ou **curvilínea**.

Posição, equações paramétricas e trajetória

Posição (\vec{r})

Situação A

A trajetória é **retilínea** (basta um eixo);

Faz-se coincidir o eixo OX com essa trajetória;

É definido um **versor (vetor unitário)**, \vec{e}_x , para o eixo OX ;

O vetor posição, \vec{r} , que descreve a posição $P(x)$ será:

$$\vec{r} = x \vec{e}_x$$

Exemplo: $\vec{r} = 3 \vec{e}_x$



Posição, equações paramétricas e trajetória

Posição (\vec{r})

Situação B

A trajetória é uma **curva plana** (necessários dois eixos);

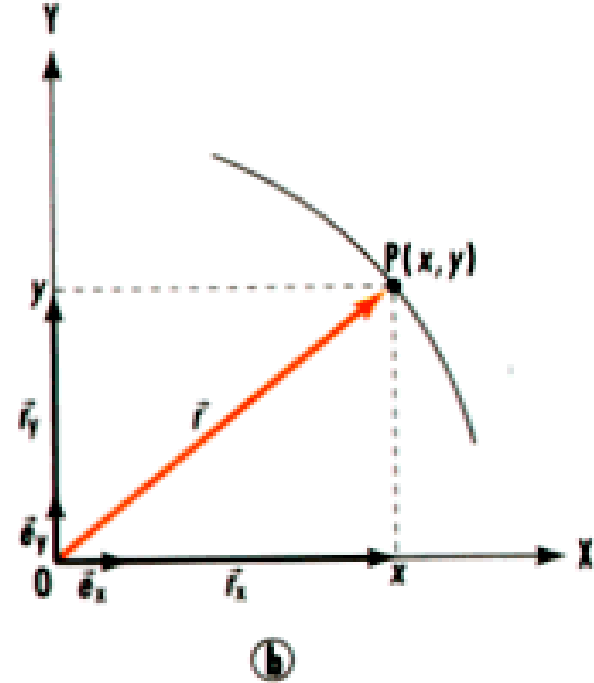
Faz-se coincidir o plano XOY com o plano onde a partícula se move;

São definidos os **versores unitários** \vec{e}_x e \vec{e}_y ;

O vetor posição para o ponto $P(x, y)$ será:

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y$$

Exemplo: $\vec{r} = 3 \vec{e}_x + 2 \vec{e}_y$



Posição, equações paramétricas e trajetória

Posição (\vec{r})

Situação C

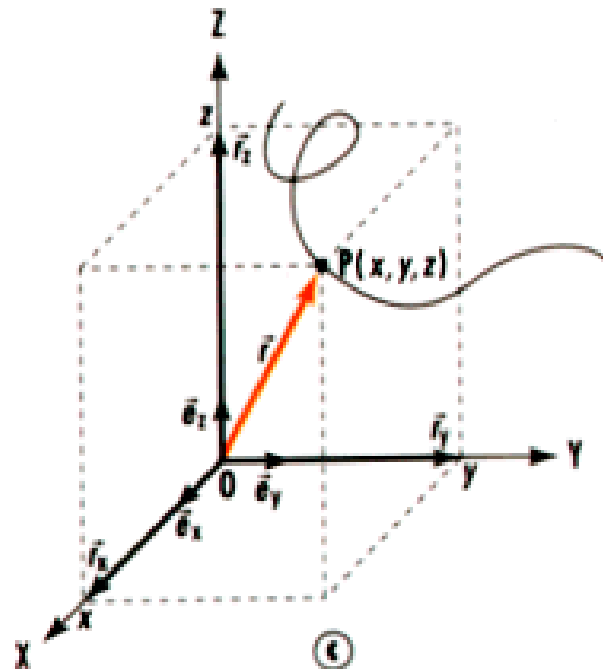
A trajetória é uma **curva** no espaço a **três dimensões** (necessários três eixos);

...

O vetor posição será:

$$\vec{r} = x \vec{e}_x + y \vec{e}_y + z \vec{e}_z$$

Exemplo: $\vec{r} = 2 \vec{e}_x + 4 \vec{e}_y + 5 \vec{e}_z$



Posição, equações paramétricas e trajetória

Posição (\vec{r})

Em cada instante, a **norma do vetor posição**, r , ou $|\vec{r}|$, é calculado pela expressão:

$$r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

Este valor representa o **tamanho** do vetor \vec{r} .

Posição, equações paramétricas e trajetória


Lei do movimento

A posição de um determinado ponto em **movimento** vai mudando à medida que o **tempo** passa.

Nesse caso o **vetor posição** será **dependente** da variável **tempo** (t)...

...as suas componentes escalares, x , y e z , mudam ao longo do tempo.

O vetor posição passará a escrever-se, para um determinado instante t :

$$\vec{r}(t) = x(t) \vec{e}_x + y(t) \vec{e}_y + z(t) \vec{e}_z$$


Lei do movimento

Por exemplo: $\vec{r}(t) = (3t) \vec{e}_x + (5 - t^2) \vec{e}_y + (2t) \vec{e}_z$

Posição, equações paramétricas e trajetória

Equações paramétricas do movimento

A partir da **Lei do movimento**, podemos definir as **equações paramétricas** (ou equações escalares):

$$\overbrace{\vec{r}(t) = x(t) \vec{e}_x + y(t) \vec{e}_y + z(t) \vec{e}_z} \quad \dots \rightarrow \quad \overbrace{\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}}$$

Cada uma destas equações paramétricas permite identificar o **tipo de movimento** do corpo **para cada um dos eixos** x , y e z .

Por exemplo: $\vec{r}(t) = (3t) \vec{e}_x + (5 - t^2) \vec{e}_y + (2t) \vec{e}_z$

$$x(t) = 3t$$

$$y(t) = 5 - t^2$$

$$z(t) = 2t$$

Posição, equações paramétricas e trajetória

Equações da trajetória

A equação da trajetória (permite ter um gráfico de y em função de x) é calculada a partir das equações paramétricas

$$x = x(t)$$

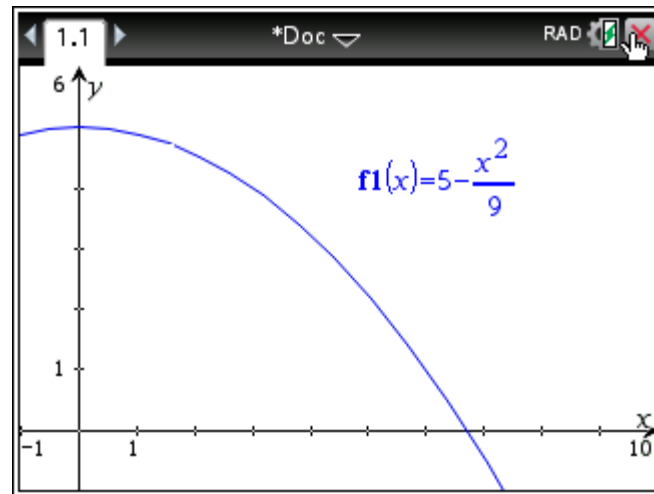
$$y = y(t)$$

removendo, por substituição, a dependência do fator tempo, t .

Por exemplo: $x = 3t$

$$y = 5 - \frac{x^2}{9}$$

$$y = 5 - t^2$$



Bibliografia

G. Ventura, M. Fiolhais, C. Fiolhais, J. A. Paixão, R. Nogueira e C. Portela, "Novo 12F", Texto Editores, Lisboa, 2017.